EXERCICE N°1 : 30' 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1°) Soit P et Q les plans d'équations respectives $x+y-z-5=0$ et $x+y-z+7=0$.
Montrer que les plans P et Q sont strictement parallèles.

2°) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+1=0$.

a) Justifier que S est la sphère de centre $I(1,2,1)$ et de rayon $R=\sqrt{5}$.

b) Montrer que $P\cap S$ est un cercle ζ de centre $J(2,3,0)$ dont on déterminera le rayon.

c) Déterminer $Q\cap S$.

3°) On donne les points $A(0,0,1)$ e, $B(0,1,2)$ et $C(2,2,5)$.

a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Montrer que pour tout point $M(x,y,z)$ de l'espace, $(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM}=2(x+y-z+1)$.

4°) Déterminer l'ensemble des points M de la sphère S pour lesquels $ABCM$ est un tétraèdre de volume égal à 2.

EXERCICE N°2 : 30' 5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B *d'affixes* respectives $a=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1°) a) Construire, dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A et B.

b) Ecrire a et b sous forme algébrique.

2°) La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B se coupent en un point C.

a) Déterminer l'affixe c du point C.

b) Vérifier que $c^2=1+2i\sqrt{6}$.

3°) On considère le point D d'affixe c^2.

a) Montrer que OD=5.

b) En déduire une construction du point D.

4°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $2z^2-2z-i\sqrt{6}=0$.
On désigne par z_1 la solution dont la partie réelle et la partie imaginaire sont positives et par z_2 l'autre solution .

5°) Soit les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives $1, z_1$ et z_2.

a) Justifier que le point M_1 est le milieu du segment $[IC]$.

b) Montrer que le quadrilatère OCM_1M_2 est un parallélogramme.

c) Construire les points M_1 et M_2.

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn